

## Clase 4

### Tema: Máximos y Mínimos de una función

#### Objetivos:

- Modelar situaciones problemáticas que implican maximizar o minimizar una función.
- Analizar el comportamiento de funciones económicas y de las funciones marginales, a través de la interpretación de los gráficos de las mismas.
- Aplicar criterios y propiedades de la derivada en situaciones de economía y administración.
- Interpretar el significado de funciones discretas.
- Resolver problemas relativos a optimizar funciones económicas discretas

#### Material Complementario

Para resolver estas actividades se sugiere utilizar: a) los apuntes de cátedra de la Unidad 1 (Pág. 1 a 10) y b) el Dossier Bibliográfico: Ernest F Haussler, Jr. Richard S Paul “Matemática para la Administración y Economía” (Pág 437 a 444 – 493 a 514)  
Bradley, Smith “Cálculo de una variable” Volumen 1 (Pág. 254 a 262)

#### Introducción

Por medio de los procedimientos vistos en las clases anteriores, se pueden resolver problemas que impliquen *maximizar o minimizar una cantidad*. Ésta puede ser, por ejemplo, la ganancia o el costo. Para ello es indispensable expresar la cantidad a maximizar o minimizar como función de alguna variable contenida en el problema.

Antes de aplicar la matemática a la solución de problemas reales, hay que formular estos problemas en el lenguaje de la matemática. Este proceso se conoce como *modelación matemática*. En estos casos los modelos matemáticos que describen con precisión (o probablemente con una aproximación aceptable) los problemas propuestos son *funciones*.

Para modelar a través de una función es imprescindible reconocer cómo depende una cantidad de otra, para determinar de esta forma la relación entre la *variable independiente* y la *variable dependiente*. Por ejemplo, el costo depende de la cantidad de unidades producidas.

Así es como en esta clase se hace hincapié en el proceso de modelación como indispensable para la resolución de situaciones reales. Para ello le pedimos que resuelva las situaciones planteadas. Recomendamos que trabaje en grupo.

Para resolver los problemas que se proponen a continuación puede ayudarse de la siguiente:

#### Guía para la resolución de problemas de aplicación de máximos y mínimos

**Paso 1** Cuando sea apropiado, dibuje un diagrama que muestre la información dada en el problema

**Paso 2** Formule una función para la cantidad que se quiera maximizar o minimizar (modelizar)

**Paso 3** Expresar la función del paso 2 como función de una sola variable y señale el dominio de la misma. El dominio puede ser determinado por la naturaleza del problema

**Paso 4** Encuentre los valores críticos de la función. Después de probar cada valor crítico determine cuál da el valor extremo absoluto que se busca. Si el dominio de la función incluye puntos extremos, examine también los valores de la función en esos puntos.

**Paso 5** Responda las preguntas formuladas en el enunciado del problema

## A) PROBLEMA DE INVENTARIO

Un problema que enfrentan muchas compañías es controlar el inventario de los bienes. Lo ideal es que el gerente pueda garantizar que la compañía tiene las existencias suficientes para cubrir las demandas del cliente en todo momento. Al mismo tiempo, debe garantizar que esto se lleva a cabo sin tener un exceso de existencias (para evitar costos de almacenamiento innecesario) y ni resurtirse con demasiada frecuencia (lo cual significa costos de resurtido de pedidos).

Este problema implica determinar el número de unidades de un pedido para minimizar el costo

*Una compañía importadora y exportadora es la única representante en el país de una marca de motocicletas. La gerencia estima que la demanda de estas motocicletas es de 10.000 por año, que se venderán en una razón uniforme durante todo el año. Cada embarque llega precisamente después de que todo el embarque anterior se ha vendido por lo que el inventario promedio es la mitad del correspondiente a cada pedido\*. El costo de cada pedido de embarque es \$10.000 y el costo anual de almacenamiento de cada motocicleta es \$200. La gerencia tiene el siguiente problema: si*

*ordena demasiadas unidades, se desperdicia un espacio de almacenamiento valioso y se incrementan los costos de almacenamiento. Por otro lado, si realiza pedidos con demasiada frecuencia se incrementan los costos por realización de pedidos. ¿De qué tamaño debe ser cada pedido y con qué frecuencia deben realizarse de modo que los costos de surtido y almacenamiento sean mínimos?*

*\*Si  $x$  es el número de unidades del pedido el inventario es, para este modelo, es  $x/2$*

## B) PROBLEMA DE TASA ÓPTIMA DE VUELO CHARTER\*

Las agencias de viajes aéreos generalmente determinan la tarifa del vuelo de acuerdo al número de personas que solicitan el mismo y consideran reducir el precio si la demanda es superior a un número de pasajes fijado.

*Si 200 personas solicitan un vuelo chárter, una agencia de viajes cobra \$300 por persona. Ahora bien, si lo solicitan más de 200 viajeros, cada tarifa se reduce \$1 por pasajero adicional. Determine cuántos pasajeros producen el ingreso máximo a la agencia de viajes ¿Cuál es el ingreso máximo? ¿Cuál será la tarifa de cada pasajero en cada caso? (Sugerencia considere  $x$  la cantidad de pasajeros por arriba de 200)*

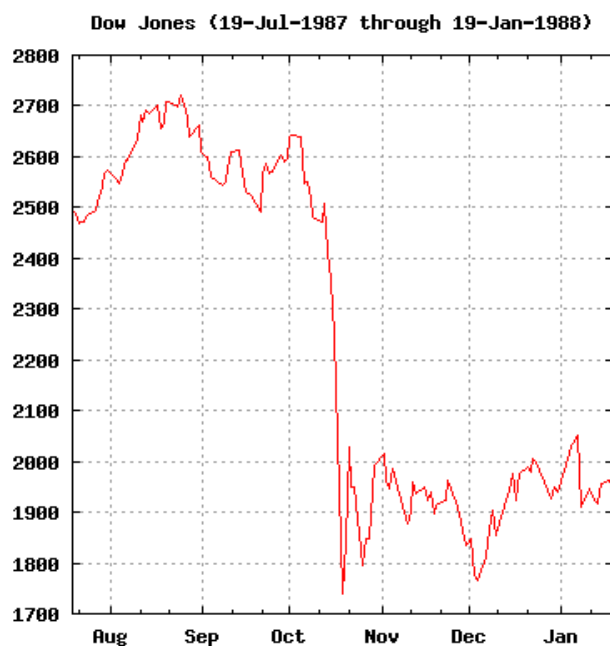
*\*Se llama vuelo chárter al alquiler de un avión a una aerolínea con el fin de no ceñirse a los horarios de las rutas comerciales, o también puede llamarse al alquiler de un avión con el fin de llevar un grupo de personas en exclusiva*

### C) Lunes negro (19 de octubre de 1987)

En finanzas, el **lunes negro** es el nombre dado al **lunes 19 de octubre de 1987**, cuando los **mercados de valores** de todo el mundo colapsaron, descendió una gran cantidad en poco tiempo. La caída comenzó en **Hong Kong**, esparciéndose hacia el oeste a través de los **husos horarios** internacionales a **Europa**, y luego golpeando a **Estados Unidos**. El **Promedio Industrial Dow Jones** bajó 508 puntos, llegando a 1739 (22.6 %).<sup>1</sup> Ya en el final de octubre, los mercados de valores de Hong Kong habían caído 45.8 %, **España** 31 %, el **Reino Unido** 26.4 %, **Estados Unidos** 22.68 %, y **Canadá** 22.5 %. Los **mercados de Nueva Zelanda** fueron especialmente golpeados, cayendo cerca de un 60 % desde el pico de 1987, y le tomó varios años recuperarse.<sup>2</sup>

La caída del lunes negro fue la mayor caída porcentual que sucedió en un solo día en la historia de los mercados de valores. Otras caídas grandes ocurrieron luego del cierre de varios mercados, como el **sábado 12 de diciembre de 1914**, cuando el Dow Jones cayó un 24.39 %.

El gráfico siguiente muestra claramente la caída del índice el día 19 de octubre de 1987



#### Referencias

1Browning, E.S.. *“Exorcising Ghosts of Octobers Past”*, The Wall Street Journal, Dow Jones & Company, Monday, 15-10-2007, pp. C1-C2. Consultado el 2007-10-15.

2Share Price Index, 1987-1998, [Commercial Framework: Stock exchange](#), New Zealand Official Yearbook 2000. [Statistics New Zealand](#), Wellington. Consultado el [2007-12-12](#).

Fuente: De Wikipedia, la enciclopedia libre

[http://es.wikipedia.org/wiki/Lunes\\_negro\\_\(1987\)](http://es.wikipedia.org/wiki/Lunes_negro_(1987))

## Actividad

El gráfico siguiente muestra el promedio industrial Dow Jones el lunes negro

En  $t=0$  corresponde a las 8:30 a.m. cuando se abrió el mercado a las transacciones, y  $t=7.5$  corresponde a las 4 p.m. el momento de cierre.

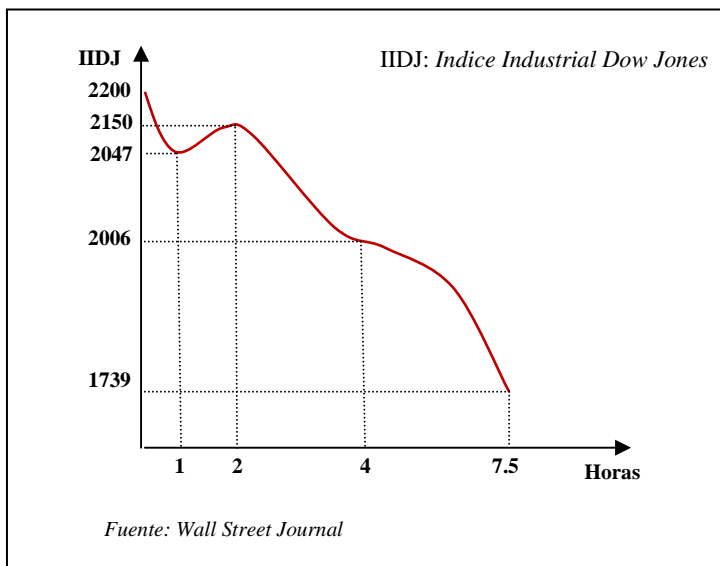
**Realice un informe de la situación a través de lo que interprete de su gráfica.** El informe debe contener las respuestas de las siguientes cuestiones:

- **Intervalos de crecimiento y decrecimiento**
- **Mínimos y máximos absolutos y relativos**
- **Concavidad y puntos de inflexión**

¿En qué horarios decayó más rápidamente el índice?, ¿Cómo serían las derivadas en esos intervalos? (compare los intervalos de decrecimiento entre sí)

¿Hubo alguna recuperación durante este día? ¿En que horario? ¿Cómo sería el signo de la derivada en ese intervalo?

Se comentó que hubo un respiro temporal a las 12:30 horas; ¿qué se observa en la gráfica en el punto que corresponde a esa hora?



D) Las funciones económicas definidas como el costo, ingreso y otras tienen como variable independiente el n° de unidades vendidas o producidas, es decir, números enteros positivos ( $N$ ). Estas funciones se denominan discretas.

- 1) Lea el tema "Optimización de funciones discretas" (Pág. 254 dossier)
- 2) Analice el ejemplo 3.43 "Como hacer máxima una función discreta de ingreso" (Pág. 254 dossier)
- 3) Resuelva el problema 15 Pág. 262

FIN DE LA CLASE