

Clase 3

Tema: Tasa instantánea y tasa media de variación. Monotonía. Extremos. Concavidad. Aplicaciones**Objetivos:**

- ✚ Deducir y aplicar criterios para determinar la concavidad de una curva y puntos de inflexión.
- ✚ Justificar correctamente proposiciones que establecen relaciones entre puntos críticos y extremos de una función
- ✚ Aplicar criterios y propiedades de la derivada en situaciones de economía y administración.

Material Complementario

Para resolver estas actividades se sugiere utilizar: a) los apuntes de cátedra de la Unidad 1 (Pág. 1 a 10) y b) el Dossier Bibliográfico: Ernest F Haussler, Jr. Richard S Paul “Matemática para la Administración y Economía” (Pág 437 a 444 – 493 a 514) Bradley, Smith “Cálculo de una variable” Volumen 1 (Pág. 254 a 257)

Actividades para resolver en forma grupal

1) Suponga que $y = C(x)$ representa el costo total de producir x unidades de un producto (función de costos):

- a) exprese la tasa media de variación (ΔC)
- b) ¿cómo se denomina su tasa instantánea de variación?, ¿cómo se interpreta?
- c) ¿qué indica que la tasa de variación sea positiva?, ¿porqué?, por ejemplo ¿que significaría que $C'(20)$ sea positiva?
- d) si el costo de 30 unidades es \$180, ¿cuánto es el costo promedio por unidad?

2) Del ejemplo dado en la Pág. 3 (apuntes de cátedra):

- a) obtenga el beneficio marginal
- b) estime el beneficio que se obtiene al vender la novena unidad
- c) ¿cuál es el beneficio **real** de vender la novena unidad?

3) Explique, en general, que se debe hacer cuando se pide: a) que se estime (o que se aproxime) el valor de una función económica (como ingreso, costo o beneficio), para una unidad determinada; b) calcular el valor **real** de esa función para una unidad determinada.

4) Determine si las siguientes proposiciones son V o F y justifique (496 a 504 del dossier)

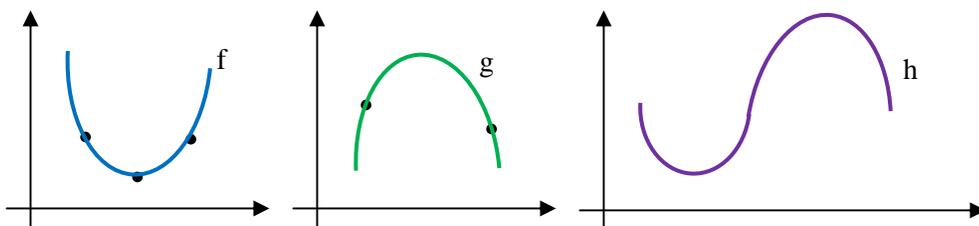
- a) si $f(c)$ es un máximo relativo, entonces c es un valor crítico.
- b) si $f'(c) = 0$, entonces $f(c)$ es máximo o mínimo.
- c) 0 es valor crítico de la función $f(x) = x^{2/3}$
- d) 0 es valor crítico de la función $f(x) = 1/x$
- e) Si f es una función está definida en cualquier intervalo (abierto o cerrado), entonces tiene un máximo y un mínimo absoluto en ese intervalo.

5) El procedimiento para hallar los extremos absolutos de una función continua en un intervalo cerrado es el siguiente:

- 1° Se determinan los valores críticos
- 2° Se calcula la función en dichos valores críticos
- 3° Se comparan los valores de la función (calculados en el 2° paso). El mayor es el máximo absoluto y el menor el mínimo absoluto de la función en el intervalo cerrado.

Resuelva la actividad 1.a. de la página 5 aplicando este procedimiento.

6) Dadas las gráficas de las funciones f , g y h :



- a) Analice la concavidad de cada una de ellas.
- b) Marque, si existen, puntos de inflexión.
- c) Trace rectas tangentes en los puntos marcados en la gráfica de f y de g . ¿cómo se relacionan las pendientes de estas rectas con la concavidad? (Pág. 506)
- d) ¿Cómo son los signos de las derivadas segundas de f y de g ?
- e) Indique un procedimiento para determinar los intervalos donde la gráfica de una función es cóncava hacia arriba y donde es cóncava hacia abajo, y como determinar puntos de inflexión (Pág. 508)